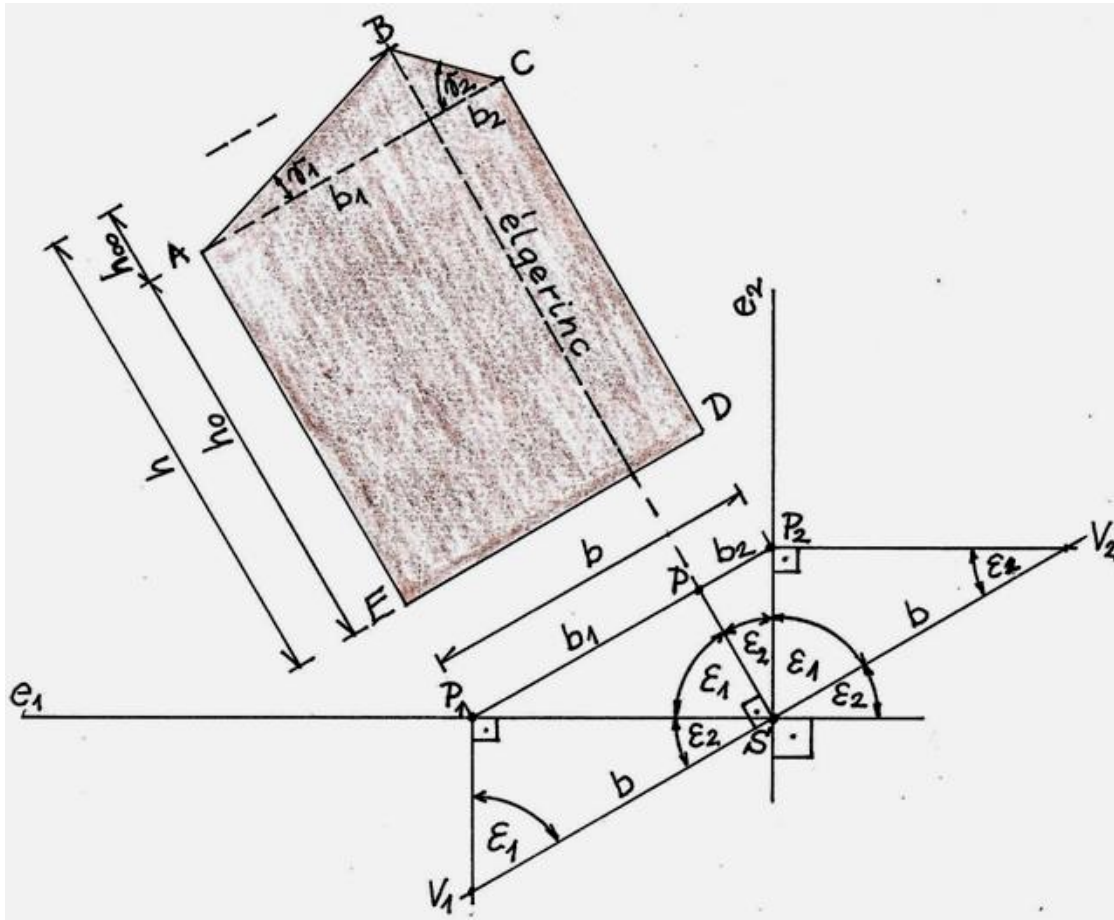


Az élszarufa elhelyezéséről

Az interneten találkoztunk egy érdekes és hasznos tananyaggal – [1]. Ennek egy részét dolgozzuk itt fel. Arról van szó, hogy hogyan helyezzük el az ötszögletű keresztmetszetű élszarufát úgy, hogy felső éle éppen a tetősíkok metszésvonalába essen. A vizsgálatot de - rékszögben metsződő ereszvonalak és eltérő tetőhajlások esetére mutatjuk be, [1] alapján. Ehhez tekintsük az 1. ábrát!



1. ábra

Azzal indítunk, hogy túl vagyunk a közepelésen, azaz ismerjük az ε_1 és ε_2 szögeket. Az e_1 és e_2 ereszvonalak S metszéspontjában meghúzzuk az élgerinc egyenesét az előbbi szö - gekkel. Ezután az élgerinc egyenesére S - ben merőlegest állítunk, melynek egyenesére S - től balra és jobbra felmérjük az élszarufa - keresztmetszet ismert b (szélességi) méretét. A kapott V_1 , illetve V_2 pontokból merőlegest állítunk az e_1 , illetve az e_2 egyenesekre, így kapjuk a P_1 , illetve a P_2 pontokat. A P_1 és a P_2 pontokat összekötő egyenes a P pontban metszi az élgerinc vonalát. Ezáltal előálltak a $b_1 = P_1P$ és a $b_2 = PP_2$ szakaszok. [Ezek se - gítségével rajzoljuk meg az élszarufa $ABCDE$ ötszög keresztmetszetét, ha már ismerjük a h_{00} és h (magassági) méreteket is.]

A szerkesztést két lépésben igazoljuk.

Ez a szerkesztés eredetileg az e_1 és e_2 ereszvonalakból induló, α és β hajlású síkok ϕ szögének meghatározására lett alkalmazva, de mellékeredményként az élszarufa γ_1 és γ_2 munkálási szögeit is kiadja.

A szerkesztés során a két tetősík metszéspontjának – az élgerincnek – a hajlását ismertnek vettük; ez ϕ . Ez helyénvaló, hiszen ez könnyen megszerkeszthető, illetve kiszámítható a tető egyéb adataiból. Ezzel itt nem foglalkozunk.

A szerkesztés során a v szakaszhosszt tetszőlegesen vettük fel. Most úgy rendelkezünk felőle, hogy:

$$v \cdot \operatorname{tg} \varepsilon_1 + v \cdot \operatorname{tg} \varepsilon_2 = b ; \quad (3)$$

innen:

$$v \cdot (\operatorname{tg} \varepsilon_1 + \operatorname{tg} \varepsilon_2) = b \rightarrow v = b \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \varepsilon_1 + \operatorname{tg} \varepsilon_2} . \quad (4)$$

Majd a 2. ábra szerint, (4) - gyel is:

$$b_1 = v \cdot \operatorname{tg} \varepsilon_1 = b \cdot \frac{\operatorname{tg} \varepsilon_1}{\operatorname{tg} \varepsilon_1 + \operatorname{tg} \varepsilon_2} , \quad (5)$$

$$b_2 = v \cdot \operatorname{tg} \varepsilon_2 = b \cdot \frac{\operatorname{tg} \varepsilon_2}{\operatorname{tg} \varepsilon_1 + \operatorname{tg} \varepsilon_2} . \quad (6)$$

Átalakításokkal, figyelembe véve, hogy derékszögű ereszsarokról van szó, tehát, hogy:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 90^\circ , \quad (7)$$

(5), (6) és (7) szerint:

$$b_1 = b \cdot \frac{\operatorname{tg} \varepsilon_1}{\operatorname{tg} \varepsilon_1 + \operatorname{tg} \varepsilon_2} = b \cdot \frac{\operatorname{tg} \varepsilon_1}{\operatorname{tg} \varepsilon_1 + \frac{1}{\operatorname{tg} \varepsilon_1}} = b \cdot \frac{\operatorname{tg}^2 \varepsilon_1}{\operatorname{tg}^2 \varepsilon_1 + 1} = b \cdot \sin^2 \varepsilon_1 , \text{ azaz:}$$

$$\underline{b_1 = b \cdot \sin^2 \varepsilon_1} , \quad (8)$$

majd hasonlóan eljárva:

$$b_2 = b \cdot \frac{\frac{1}{\operatorname{tg} \varepsilon_1}}{\operatorname{tg} \varepsilon_1 + \frac{1}{\operatorname{tg} \varepsilon_1}} = b \cdot \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon_1} = b \cdot \cos^2 \varepsilon_1 , \text{ vagyis:}$$

$$\underline{b_2 = b \cdot \cos^2 \varepsilon_1} . \quad (9)$$

Mivel (1) megegyezik (8) - cal, továbbá (2) megegyezik (9) - cel, így mondhatjuk, hogy igazoltuk az 1. ábra szerinti szerkesztés helyességét. Ugyanis ennek alkalmazása következményeként az 1. ábra szerint elhelyezett élszarufa - keresztmetszetek **B** pontjai - nak összekötő egyenese egybeesik a tetőgeometriai élgerinc vonalával.

Megjegyzések:

M1. Az előbb említettük, hogy a 2. ábra szerkesztése a tetősíkok által bezárt φ szöget is szolgáltatja. Ez képlettel:

$$\underline{\varphi = 180^\circ - (\gamma_1 + \gamma_2)}, \quad (10)$$

ahol a 2. ábráról is leolvashatóan:

$$\operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{v \cdot \sin \phi}{v \cdot \operatorname{tg} \varepsilon_1} = \frac{\sin \phi}{\operatorname{tg} \varepsilon_1} \rightarrow \underline{\gamma_1 = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin \phi}{\operatorname{tg} \varepsilon_1} \right)}, \quad (11 / 1)$$

$$\operatorname{tg} \gamma_2 = \frac{v \cdot \sin \phi}{v \cdot \operatorname{tg} \varepsilon_2} = \frac{\sin \phi}{\operatorname{tg} \varepsilon_2} \rightarrow \underline{\gamma_2 = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin \phi}{\operatorname{tg} \varepsilon_2} \right)}. \quad (11 / 2)$$

Az ötszög keresztmetszet – nem szögmérővel történő – felrajzolásához szükséges h_{00} szakasz hossz számítása a 2. ábra szerint, (4) és (7) - tel is:

$$\begin{aligned} h_{00} &= v \cdot \sin \phi = b \cdot \frac{\sin \phi}{\operatorname{tg} \varepsilon_1 + \operatorname{tg} \varepsilon_2} = b \cdot \frac{\sin \phi}{\operatorname{tg} \varepsilon_1 + \frac{1}{\operatorname{tg} \varepsilon_1}} = b \cdot \sin \phi \cdot \frac{\operatorname{tg} \varepsilon_1}{1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon_1} = \\ &= b \cdot \sin \phi \cdot \frac{\operatorname{tg} \varepsilon_1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon_1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon_1}} = b \cdot \sin \phi \cdot \sin \varepsilon_1 \cdot \cos \varepsilon_1 = \frac{b}{2} \cdot \sin \phi \cdot \sin(2 \cdot \varepsilon_1), \end{aligned}$$

tehát:

$$\underline{h_{00} = \frac{b}{2} \cdot \sin \phi \cdot \sin(2 \cdot \varepsilon_1)}. \quad (12)$$

M2. A élszaru - gerenda h keresztmetszeti méretéről itt nem esett szó. Ennek megállapítása egy másik téma, így h - t ismertnek tekinthetjük itteni feladatunk szempontjából.

Láttuk, hogy h nem szerepel egyetlen itteni képletben sem, vagyis értéke itt érdektelen.

M3. A fenti téma előzményei nálunk az alábbi korábbi dolgozatok is:

KD - 1: *Az ötszög keresztmetszetű élszarufa keresztmetszetének kialakításától;*

KD - 2: *Kiegészítés az ötszög keresztmetszetű élszarufához.*

KD - 1 - ben több itteni képlet is megjelenik, **KD - 2** - ben pedig beláttuk, hogy az 1. ábra szerinti keresztmetszeti kialakítás a gazdaságosabb, nem pedig a gerenda szélességi mérete feléből indított ferde metszősíkok alkalmazásával létrehozott alak - változat.

M4. Ne feledjük, hogy az 1. ábra szerinti megoldás derékszögű ereszsarok esetére vonatkozik! Egyéb esetekkel itt nem foglalkoztunk. Ahogy vápával sem.

M5. A levezetések során alkalmazott trigonometriai azonosságok megtalálhatók a matematikai kézikönyvekben, illetve tankönyvekben is. Ehhez ld. pl.: [3]!

Az egymással egyenértékű képletealakok közül a felhasználó ízlése szerint választhat. Ez indokolja például a (12) - re vezető – hosszúnak tűnő – képletsort is.

M6. Tudomásunk szerint a fentiek nálunk nem tananyag. Néha még a német szakkifejezések magyar megfelelőivel sem találkoztunk. Ilyen az [1] forrás linkjében is szereplő **Gratgrundverschiebung** is, mely az eltérő hajlású tetősíkok esetében előálló 1. ábrabeli helyzethez kapcsolódik, amikor is nem az élszaru - gerenda szélességének felében képzelte függőleges sík illeszkedik a két tetősík metszévonalára. A mondott német szakszót magunkban az „él - alapeltol(ód)ás” névvel illetjük.

M7. Látható, hogy az eredmény - képletek jelentős részében szerepelnek az ε_1 és ε_2 szögek, melyeket a fedélidom - közepelés eredményeként nyerünk. Ha nincs közepelés, akkor nincsenek meg ezek a szögek, így nem használhatók a fentiek sem. Ez is egy válasz arra, hogy miért kell közepelnie az ácsnak. Még ha nem is számítással, hanem szerkesztéssel. Megvan?

M8. Szóhasználatunkban igyekeztünk megkülönböztetni az élgerinc és az élszarufa fogalmát, kifejezéseit. Reméljük, ez is segít.

Források:

[1] – <https://www.greifswalder-zimmerer.de/gratgrundverschiebung-berechnen/>

[2] – **Lőrincz Pál ~ Petrich Géza:** Ábrázoló geometria
3. kiadás, Tankönyvkiadó, Budapest, 1985.

[3] – **I. N. Bronstejn ~ K. A. Szemengyajev:** Matematikai zsebkönyv
2. kiadás, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1963.

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
ny. mérnöktanár

Szödliget, 2021. 02. 18.

Továbbiak: <https://galgoczi.net/>